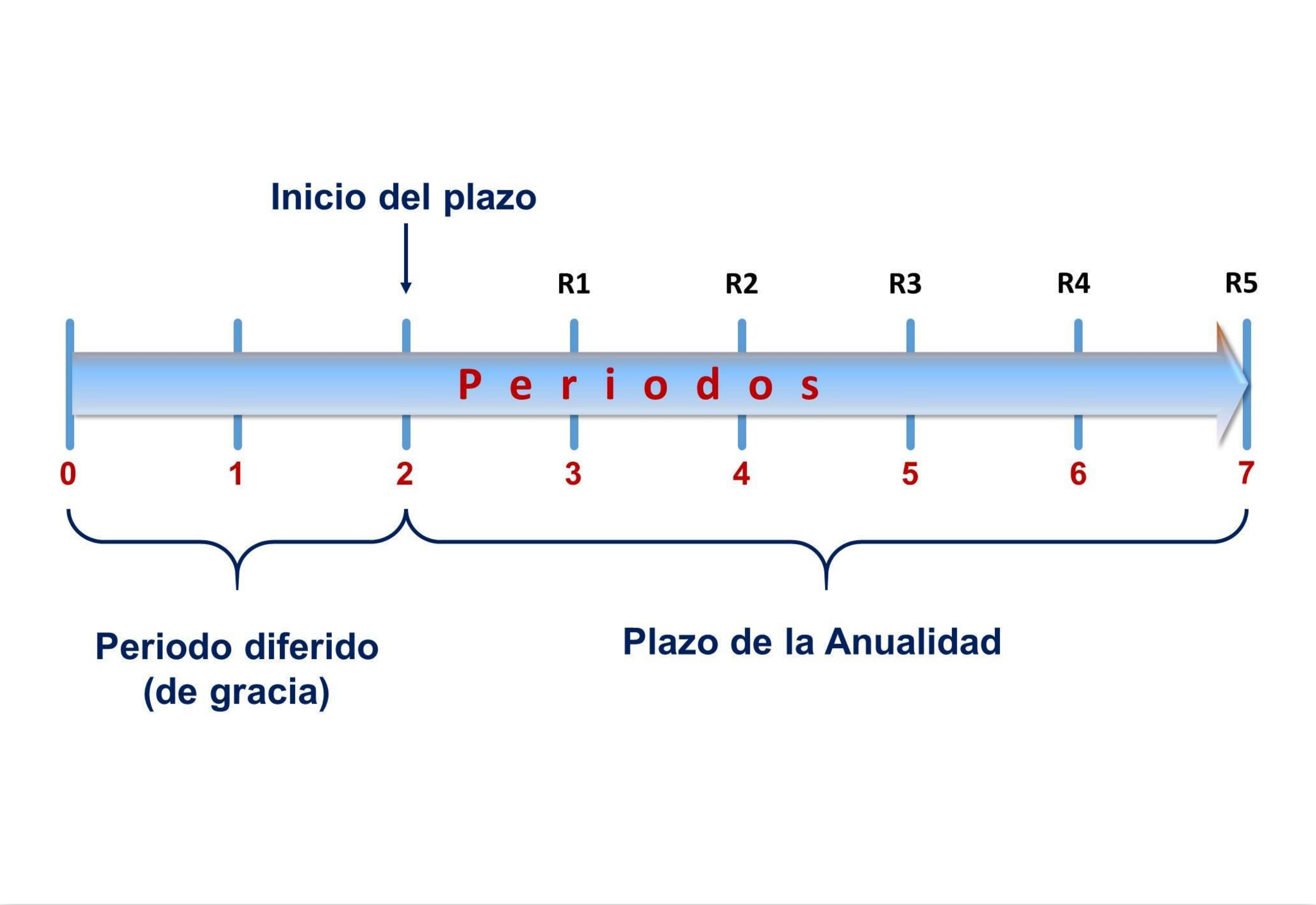
Título del documento	
Anualidades	
Nombre del docente	
Arturo García Gutiérrez	
Fecha de producción	**Lugar**
31 de julio de 2022	DEA UTEQ
Programa educativo (Marque un solo programa con una X):	
P2 TSU en Administración Área Capital Humano Flexible	
Nombre de la asignatura	**Unidad Temática**
Matemáticas Financieras	
Propósito	
● Entender y aplicar el concepto de anualidades.	
Referencia (en formato APA:	**Licencia Creative Commons:**
Elaboración propia	Pegue aquí la licencia



ANUALIDADES

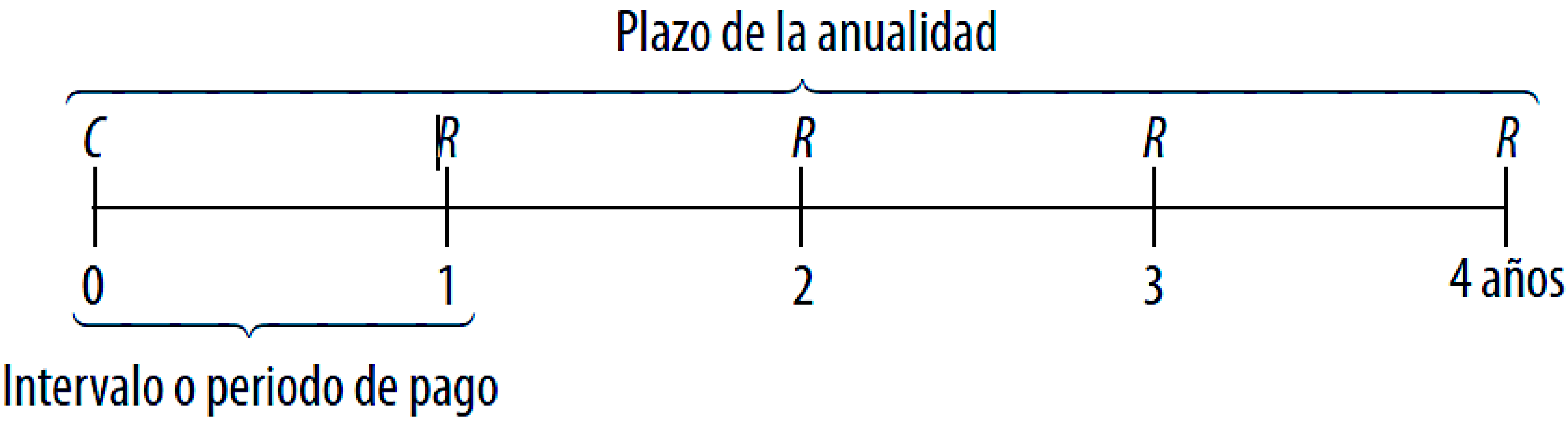
ANUALIDADES: INTRODUCCIÓN

- Una **anualidad** una sucesión de **pagos, depósitos o retiros iguales** realizados a **intervalos iguales de tiempo**.
- El **término anualidad** también se emplea en periodos de pago cuya frecuencia puede ser: **semestral**, **trimestral**, **bimestral**, **mensual**, **quincenal**, **semanal** o **diaria**.
- La **renta** en una anualidad es el **pago**, **depósito** o **retiro** que se realiza en forma periódica y se simboliza con la letra **R** o **A**.
- La palabra **anualidad** puede ser sustituida por **renta**, **pago periódico**, **abono**, **cuota** o cualquier otro sinónimo
- Se conoce como **intervalo** o **periodo de pago** al tiempo que transcurre entre un pago y otro.
- El **plazo de la anualidad** es el tiempo transcurrido desde la fecha inicial del primer pago hasta la fecha final del último pago.

EJEMPLOS DE ANUALIDADES

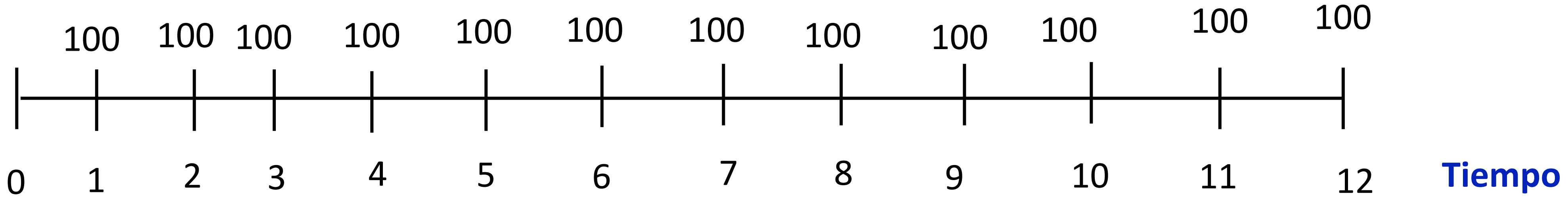
- El pago mensual por la renta de una casa
- El cobro quincenal del sueldo
- El pago mensual de un crédito hipotecario
- Los abonos semanales para pagar una computadora comprada a crédito
- El pago anual de la prima del seguro de vida
- Los depósitos bimestrales efectuados a un fondo de jubilación

ANUALIDADES: INTRODUCCIÓN



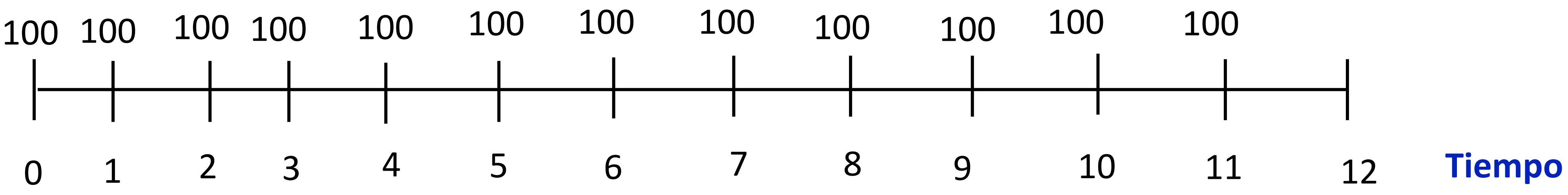
TASA 10% ACM

ANUALIDAD VENCIDA



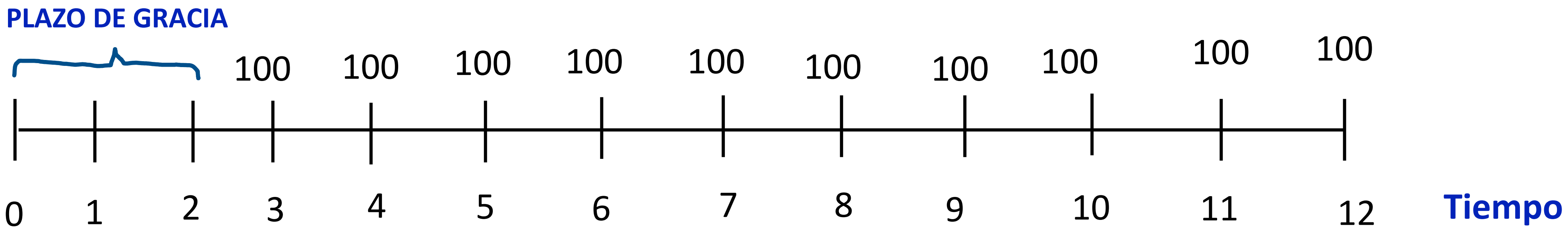
TASA 10% ACM

ANUALIDA ANTICIPADA



TASA 10% ACM

ANUALIDAD DIFERIDA



ANUALIDADES VENCIDAS

Cuadro 5.2 Forma de identificar la anualidad vencida

Criterio	Anualidad vencida	Ejemplo
Tiempo (Cierta)	Las fechas son fijas y se determinan con anterioridad.	Al final del mes (el día 28 o 30 o 31).
Plazo	Tiempo que transcurre desde la fecha de su emisión hasta la fecha de su vencimiento.	El plazo puede ser de dos años.
Iniciación (Inmediata)	El pago o cobro tiene lugar en el primer periodo, inmediatamente después de la emisión de un empréstito (formalización del trato).	Al final del mes de mayo (el día 31).
Pagos	Los pagos se efectúan al vencimiento del periodo o intervalo.	• Al final del mes. • El día último del mes. • El día 31 del mes (el periodo que comprende del día 1 al día 31 de mayo).
Interés (Simple)	Cuando el periodo de pago coincide con el periodo de capitalización de los intereses.	Periodo de pago de un mes y la tasa de interés es de 10% anual convertible mensualmente.

EJEMPLO DE ANUALIDAD VENCIDA

En este ejemplo se tiene un flujo de efectivo de $5,000 mensuales durante 6 meses. Debido a que los depósitos se realizan al final de cada mes, los primeros $5,000 ganarán intereses por sólo 5 meses, los segundos $5,000 ganarán intereses por 4 meses, etc. El último depósito, realizado al final del mes 6, no gana intereses. El monto de la anualidad es la suma de todos los depósitos mensuales y su correspondiente interés compuesto, acumulado hasta el término del plazo. Si la fecha focal se localiza al final del sexto mes, el monto de la anualidad viene dado por la siguiente ecuación de valor:

Solución:

$F = 5{,}000(1.015)^5 + 5{,}000(1.015)^4 + 5{,}000(1.015)^3 + 5{,}000(1.015)^2 + 5{,}000(1.015) + 5{,}000 = 31{,}147.75$

Formula general de monto (F/M):

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

EJEMPLO DE ANUALIDAD VENCIDA

Formula general de monto (F/M):

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Datos:

A/R = 5,000 pesos mensuales

T = 1.5% mensual

i = 0.015 por mes

n = 6 meses

$$F = 5{,}000\left[\frac{(1+0.015)^6 - 1}{0.015}\right] = 31{,}147.75$$

EJEMPLO DE ANUALIDAD VENCIDA

Ejemplo 2

El papá de un niño de 8 años empieza a ahorrar para que su hijo pueda estudiar una carrera universitaria. Planea depositar $3,500 en una cuenta de ahorro al final de cada mes durante los próximos 10 años. Si la tasa de interés es del 8.4% anual capitalizable cada mes,

a. ¿Cuál será el monto de la cuenta al cabo de 10 años?
b. ¿de cuánto serán los intereses ganados?

Solución:

Datos:

A/R = $3,500

T = 8.4% ACM o 0.07% mensual

N = 10 años o 120 meses

F = ?

I = ?

$$F = 3{,}500\ \frac{(1+0.007)^{120}-1}{0.007} = 654{,}799.19$$

I = F – P = 654,799.19 – 3,500 (120) = 234,799.19

Ejemplo 3 …

Con referencia al ejemplo 2, suponga que el depósito de $3,500 mensuales se efectúa únicamente por los primeros 5 años y el resto del tiempo se depositan $4,000 mensuales, con el fin de compensar la inflación. Obtenga el monto final y el interés ganado.

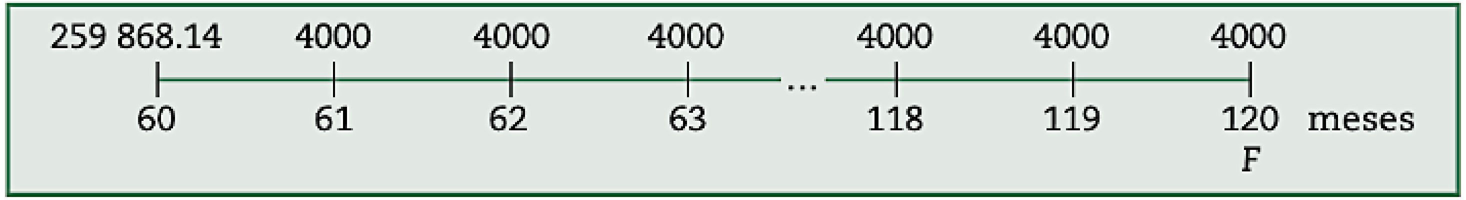
1a. parte

Se calcula el monto de los $3,500 mensuales por 5 años (60 meses):

$$F = 3{,}500\ \frac{(1+0.007)^{60}-1}{0.007} = 259{,}868.14$$

2a. parte

Al final de los 5 años se tiene un monto, llamado F1, de $259,868.14. El diagrama de tiempo ahora es el siguiente:



Ejemplo 3

Para obtener el monto final, F, se forma la siguiente ecuación de valor, tomando como fecha focal el final del mes número 120:

$$F/M = 259{,}868.14\,(1 + 0.007)^{60} + 4{,}000\,\frac{(1+0.007)^{60} - 1}{0.007} = 691{,}923.21$$

Cálculo del interés ganado:

$$I = F - P$$

$$I = 691{,}923.21 - (3{,}500 \times 60) - (4{,}000 \times 60) = 241{,}923.21$$

MONTO EN ANUALIDADES VENCIDAS

1. El hermano del arquitecto **Demetrio Duarte** **deposita cada tres meses** **50,000** en su cuenta de inversión, la cual paga 1.32% ACT. ¿Cuánto dinero tendrá después del depósito del 31 de marzo de 2017, si el primer depósito se realizó el 31 de marzo de 2013?

Datos:

R = 50,000

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

T = 1.32% A.C.T.

i = 0.0033 trimestral

$$M = 50{,}000\left[\frac{(1+0.0033)^{17} - 1}{0.0033}\right] = 921{,}522.16$$

M = ?

n = 17 trimestres

MONTO EN ANUALIDADES VENCIDAS

2. Calcular el valor acumulado de una anualidad simple ordinaria de 40,000 anuales durante seis años, a una tasa de interés de 18%.

Datos:

R = 40,000

$$M = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

T = 18% A

i = 0.18

$$M = 40{,}000\left[\frac{(1.18)^6 - 1}{0.18}\right] = 377{,}678.70$$

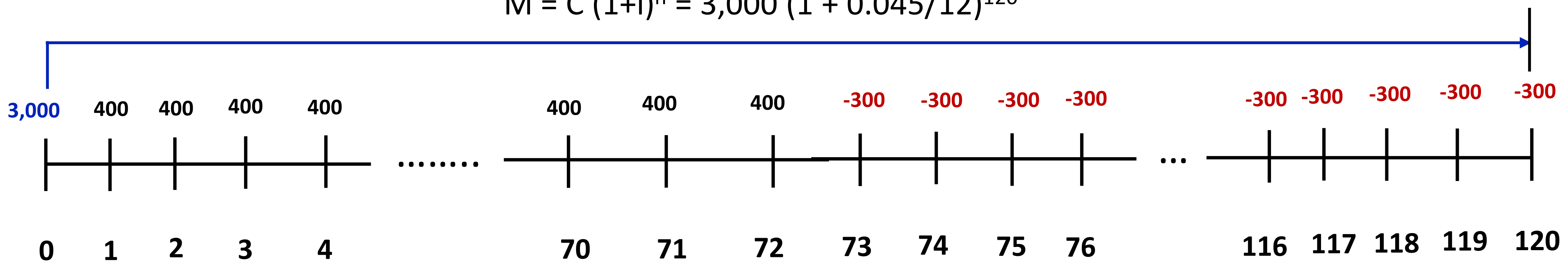
n = 6 años

M = ?

MONTO EN ANUALIDADES VENCIDAS

3. Para abrir una cuenta de inversión en Banejército se requiere depositar $3,000 y mantener un saldo promedio de 1,500 mensuales. El capitán Antonio Suárez abre una cuenta el 1 de febrero en Banejército, a partir de 1 de marzo 2013 empieza a realizar depósitos de 400 mensuales durante seis años. El primero de marzo de 2019 empezará a realizar retiros de 300 mensuales durante cuatro años. ¿Cuál es el saldo que tendrá el capitán Suárez en su cuenta de inversión después de haber realizado el último retiro (1 de febrero de 2023) si la tasa de interés es de 4.5% convertible mensualmente.

$M = C\,(1+i)^n = 3{,}000\,(1 + 0.045/12)^{120}$



$$M = 3{,}000\,(1 + 0.00375)^{120} + 400\,\frac{(1+0.00375)^{72} - 1}{0.00375} - 300\,\frac{(1+0.00375)^{48} - 1}{0.00375} = 4{,}700 + 32{,}992.33 - 15{,}745.15$$

$M = 21{,}947.18$

VALOR PRESENTE EN ANUALIDADES VENCIDAS

¿Cuál es el valor presente de $10,000 que se depositan en una cuenta al final de cada trimestre durante 4 años si la tasa de interés es del 14% capitalizable en forma trimestral?

Datos:

P = ?

A = 10,000 trim

n = 4 años = 16 trim

T = 14% ACT = 3.5% trim

i = 0.035

$$P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$P = 10{,}000\ \frac{1-(1+0.035)^{-16}}{0.035} = 120{,}941.17$$

VALOR PRESENTE EN ANUALIDADES VENCIDAS

Raquel desea jubilarse en este año y cree que una mensualidad de $18,000 durante los siguientes 20 años será suficiente para vivir bien. ¿Cuánto dinero debe tener en su fondo de retiro para poder retirar la cantidad deseada, sabiendo que éste le paga un 9.5% anual capitalizable cada mes?

Datos:

A = 18,000 mensual

n = 20 años = 240 meses

P = ?

T = 9.5% ACM = 0.791667% mensual

I = 0.00791667

$$P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$P = 18{,}000\frac{1-(1+0.00791667)^{-240}}{0.00791667} = 1{,}931{,}058.66$$

VALOR PRESENTE EN ANUALIDADES VENCIDAS

En una agencia automotriz se ofreció a un cliente un coche nuevo mediante un pago inicial o enganche de $79,500 y 96 pagos quincenales de $3,192.62 cada uno. Si se carga una tasa de interés del 13% capitalizable quincenalmente, diga cuál es el valor de contado del automóvil.

Datos:

Enganche: 79,500

n: 96 pagos quincenales

A: 3,192.62

T: 13% Acquinc = 0.541667% quincenal

i: 0.00541667

$$\text{P} = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

P: ?

$$\text{P} = 79{,}500 + 3{,}192.62\ \frac{1-(1+00541667)^{-96}}{i} = 318{,}000$$

CÁLCULO DE LA ANUALIDAD EN ANUALIDADES VENCIDAS

¿Cuánto se tiene que depositar cada quincena en una inversión que gana el 8.55% capitalizable quincenalmente para tener $400,000 al final de 5 años?

Datos:

A: ?

T: 8.55% ACquinc = 0.35625% quincenal

i: 0.0035625

F: 400,000

n: 5 años = 120 quincenas

$$A = \frac{Fi}{(1+i)^{n} - 1}$$

$$A = \frac{400{,}000\ (0.0035625)}{(1+0.0035625)^{120} - 1} = 2{,}677.29$$

CÁLCULO DE LA ANUALIDAD EN ANUALIDADES VENCIDAS

La señora Aguilar es la beneficiaria de un seguro de vida por $2,500,000. Ella escogió no recibir todo el dinero en una sola exhibición, sino recibir un ingreso mensual fijo durante los próximos 25 años. Si el dinero se encuentra invertido al 18% anual capitalizable cada mes, ¿qué cantidad recibirá cada mes la señora Aguilar?

Datos:

P = 2,500,000

n = 25 años = 300 meses

T = 18% ACM = 1.5% mensual

I = 0.015

A = ?

$$A = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$A = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{2{,}500{,}000\ (0.015)}{1-(1+0.015)^{-300}} = 37{,}935.75$$

TAREA 1. ANUALIDADES VENCIDAS

1. El papá de un niño de 10 años empieza a ahorrar para que su hijo pueda estudiar una carrera universitaria. Planea depositar $2,000 en una cuenta de ahorro al final de cada mes durante los próximos 8 años. Si la tasa de interés es del 9% anual capitalizable mensualmente, ¿cuál será el monto de la cuenta al cabo de 8 años?

Datos:

A = 2,000

n = 8 años = 96 meses

T = 9% ACM = 0.75% mensual

i = 0.0075

F = ?

$$F = A\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i} = 2{,}000\,\frac{(1+0.0075)^{96}-1}{0.0075} = 279{,}712.32$$

TAREA 1. ANUALIDADES VENCIDAS

2. ¿Cuál es el valor presente de $5,000 depositados en una cuenta al final de cada trimestre durante 4 años, si la tasa de interés es del 14% capitalizable en forma trimestral?

Datos:

P = ?

A = 5,000

n = 16 trimestres

T = 14% ACT = 3.5% trimestral

i = 0.035

$$P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 5{,}000\,\frac{1-(1+0.035)^{-16}}{0.035} = 60{,}470.58$$

TAREA 1. ANUALIDADES VENCIDAS

3. Raquel desea jubilarse en este año y cree que una mensualidad de $12,000 durante los siguientes 20 años será suficiente para vivir bien. ¿Cuánto dinero debe tener en su fondo de retiro para poder retirar la cantidad deseada, sabiendo que éste le paga el 12% anual capitalizable cada mes?

Datos:

A = 12,000

n = 240 meses

P = ?

T = 12% ACM = 1% mensual

i = 0.01

$$P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 12{,}000\,\frac{1-(1+0.01)^{-240}}{0.01} = 1{,}089{,}832.99$$

TAREA 1. ANUALIDADES VENCIDAS

4. Un distribuidor de automóviles ofreció a un cliente un coche nuevo mediante un pago inicial de \$23,400 y 36 pagos mensuales de \$4,793.80 cada uno. Si se carga una tasa de interés del 1.5% mensual capitalizable mensualmente, encuentre el valor de contado del automóvil.

Datos:

Enganche = 23,400

n = 36 meses

A = 4,793.80

T = 1.5% mensual

i = 0.015

P = ? $$P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 23{,}400 + 4{,}793.80\,\frac{1-(1+0.015)^{-36}}{0.015} = 155{,}999.78$$

TAREA 1. ANUALIDADES VENCIDAS

5. El señor Jiménez desea vender su casa ubicada en la ciudad de Los Ángeles, California y recibe las tres ofertas siguientes:

   a) Oferta: 350,000 dólares de contado.

   b) Oferta: 100,000 dólares de contado y 10,200 dólares al mes durante 30 meses.

   c) Oferta: 11,000 dólares al mes durante 3 años, sin enganche.

   Tomando como base una tasa de interés del 0.6% mensual convertible cada mes, ¿cuál de estas ofertas es la más ventajosa para el señor Jiménez?

   a) P = 350,000

   $b)\ P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ = 100,000 + 10,200 $\frac{1-(1+0.006)^{-30}}{0.006}$ = 379,276.71

   c) P = $A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ = 11,000 $\frac{1-(1+0.006)^{-36}}{0.006}$ = 355,198.23

TAREA 1. ANUALIDADES VENCIDAS

6. ¿Cuánto se tiene que depositar cada quincena en una inversión que gana el 8.55% capitalizable quincenalmente, para tener $200,000 al final de 5 años?

Datos:

A = ?

T = 8.55% ACQuincenal = 0.35625% quincenal

i = 0.0035625

F = 200,000

n = 120 quincenas

$$A = \frac{Fi}{(1+i)^{n} - 1}$$

$$A = = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$A = \frac{200{,}000\ (0.0035625)}{(1+0.0035625)^{120} - 1} = \frac{712.5}{0.532255} = 1{,}338.64$$

CALCULO DEL TIEMPO (n) EN ANUALIDADES VENCIDAS

$$n = \frac{-\log\left[1 - \frac{Pi}{A}\right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{Fi}{A} + 1\right]}{\log(1+i)}$$

CALCULO DEL TIEMPO (n) EN ANUALIDADES VENCIDAS

1. Se desea obtener un monto de $20,000 mediante depósitos de $1,655 cada uno, realizados al final de cada bimestre. Calcule cuántos depósitos se deben hacer si se ganan intereses del 15% capitalizable cada bimestre.
2. Ramiro solicitó un préstamo personal a un banco por $130,000. ¿Cuántos pagos mensuales de $5,518.70 se deberán realizar para liquidar el préstamo si la tasa de interés es del 30% anual capitalizable cada mes?

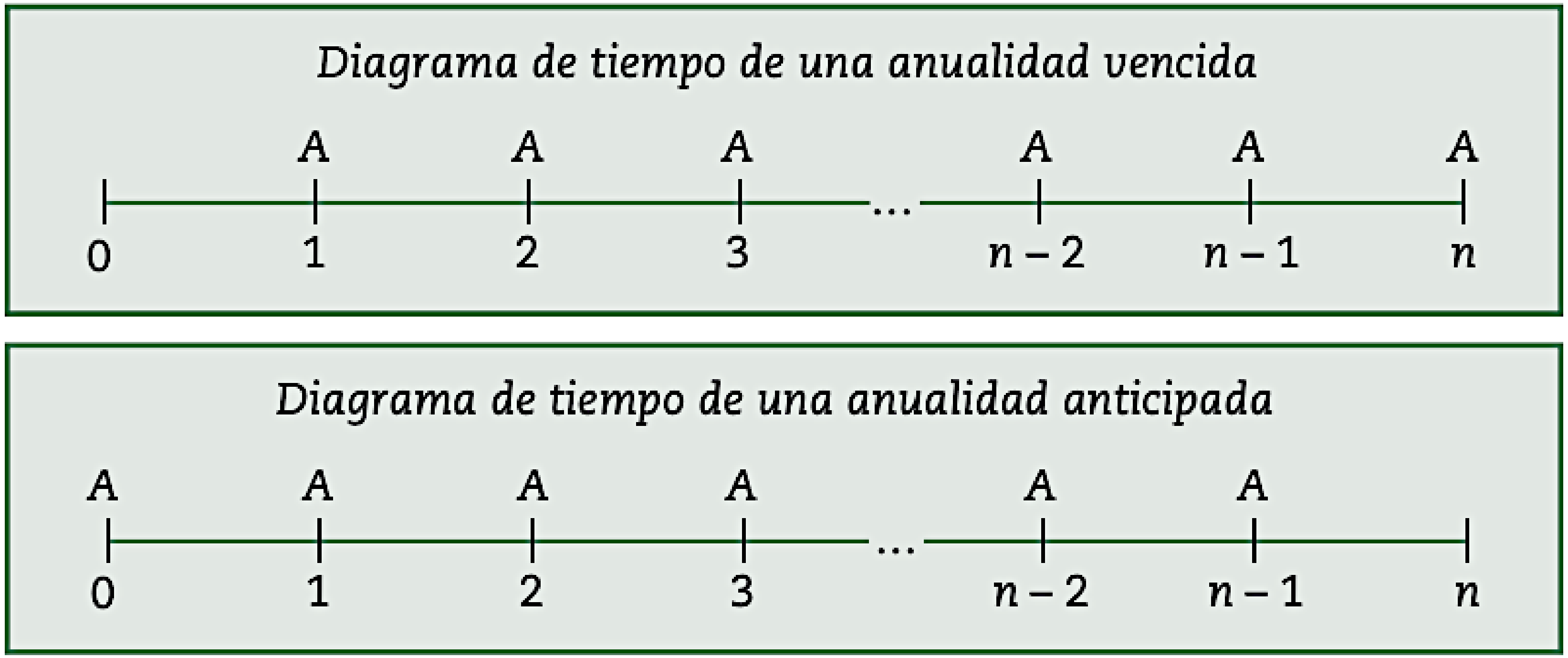
ANUALIDADES ANTICIPADAS

ANUALIDADES ANTICIPADAS: INTRODUCCIÓN

- Una **anualidad anticipada** es aquella en la cual los pagos se realizan al inicio del periodo de pago.
- Son ejemplos de **anualidades anticipadas** los pagos anuales (o primas) de un seguro de vida, la renta de una casa u oficina, algunos planes de crédito que estipulan que los pagos deben realizarse al comienzo de los periodos convenidos, etcétera.
- En esta clase se estudiarán las **anualidades ciertas**, **simples**, **anticipadas** e **inmediatas.**
- Recuerden que una anualidad es:
  - **Cierta** cuando se conoce con anticipación las fechas de inicio y fin de la anualidad,
  - **Simple** cuando el periodo de capitalización coincide con el periodo de pago, y
  - **Inmediata** cuando los pagos se inician en el mismo periodo en que la operación se formaliza.
- A las **anualidades ciertas**, **simples**, **anticipadas** e **inmediatas** se les conoce comúnmente con el nombre de **anualidades anticipadas**.

ANUALIDADES ANTICIPADAS: INTRODUCCIÓN

- La diferencia entre una **anualidad ordinaria** y una **anticipada** se puede ver gráficamente en los siguientes diagramas de tiempo.



ANUALIDADES ANTICIPADAS: MONTO

El siguiente ejemplo muestra el cálculo del monto o valor futuro de una anualidad anticipada. Se depositan $3,000 al inicio de cada mes en un banco que paga el 2% mensual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el valor futuro o monto después de 6 depósitos?

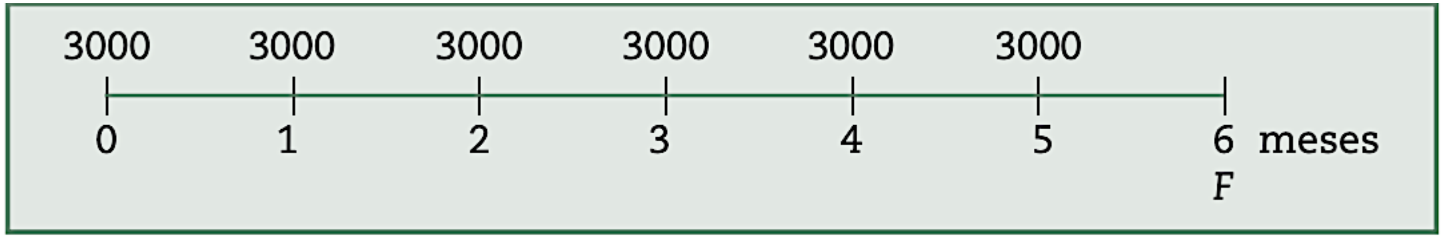
Datos:

A = 3,000

T = 2% mensual

i = 0.02

n = 6 meses



$$F = 3000\left(1.02^6 + 1.02^5 + 1.02^4 + 1.02^3 + 1.02^2 + 1.02\right)$$

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right].$$ **Anualidad Vencida**

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right](1+i)$$ **Anualidad Anticipada**

$$F = 3{,}000\left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02}\right](1+0.02) = 19{,}302.85$$

ANUALIDADES ANTICIPADAS: MONTO

Encuentre el monto de 20 pagos de $2,000 que se realizan al **principio de cada bimestre** por la química Rosa Suárez en la compra de una centrifugadora para su laboratorio. El interés es del 20% anual capitalizable bimestralmente.

Datos:

M = ?

n = 20 bimestres

A = 2,000

T = 20% anual = 3.3333% bimestral

i = 0.0333333

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right](1+i)$$

$$= 2000\left[\frac{(1.0333)^{20} - 1}{0.033}\right](1.033)$$

$$= \$57\,937.76$$

ANUALIDADES ANTICIPADAS: VALOR PRESENTE

La fórmula general para obtener el valor presente de una anualidad anticipada se puede obtener al calcular el valor presente del monto dado por la ecuación:

$$P = A\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$ **ANUALIDAD VENCIDA**

$$P = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right](1 + i)$$ **ANUALIDAD ANTICIPADA**

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIOS

1. Un automóvil se puede comprar a crédito mediante 48 abonos mensuales anticipados de \$4,800. Si la tasa de interés es del 16% capitalizable cada mes, ¿cuál es el valor de contado del automóvil?
2. Durante los próximos 12 años, una compañía constructora debe invertir al inicio de cada mes \$150,000 en un fondo para la depreciación de su maquinaria. ¿Cuál será el monto de este fondo de depreciación al cabo de los 12 años si ha estado produciendo el 9.6% capitalizable cada mes? Si los depósitos mensuales se hicieran al final de cada mes, ¿cuál sería el monto?
3. Dentro de 6 años la compañía fabricante de armas de fuego Tiro Perfecto, S.A. necesitará \$7,000,000 para reemplazar maquinaria depreciada. ¿Cuál será el valor del depósito trimestral que tendrá que hacer la compañía, a partir de este momento, en un fondo de depreciación que paga el 11.3% convertible cada trimestre, para acumular dicha cantidad de dinero?
4. ¿Cuántos depósitos semestrales anticipados de \$18 781.27 cada uno se deben realizar para acumular un monto de \$250 000? La tasa de interés es del 5.14% semestral capitalizable cada semestre.

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIOS RESUELTOS 1 y 2

1. Un automóvil se puede comprar a crédito mediante 48 abonos mensuales anticipados de $4,800. Si la tasa de interés es del 16% capitalizable cada mes, ¿cuál es el valor de contado del automóvil?

n = 48 pagos mensuales

A = 4,800

$$P = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right](1+i)$$

T = 16% / 12 = 1.33333

i = 0.0133333

P = ?

$$P = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right](1+i) = 4,800\left[\frac{1-(1+0.013333)^{-48}}{0.013333}\right](1.013333) = 171,632.42$$

2. Durante los próximos 12 años, una compañía constructora debe invertir al inicio de cada mes $150,000 en un fondo para la depreciación de su maquinaria. ¿Cuál será el monto de este fondo de depreciación al cabo de los 12 años si ha estado produciendo el 9.6% capitalizable cada mes? Si los depósitos mensuales se hicieran al final de cada mes, ¿cuál sería el monto?

A = 150,000

$$F = A\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right](1+i) = 150,000\left[\frac{(1+0.008)^{144}-1}{0.008}\right](1+0.008) = 40,635,832.10$$

F = ?

n = 12 años = 144 meses

$$F = A\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right] = 150,000\left[\frac{(1.008)^{144}-1}{0.008}\right] = 40,313,325.50$$

T = 9.6% ACM = 0.8%

i = 0.008

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIOS RESUELTOS 3 Y 4

3. Dentro de 6 años la compañía fabricante de armas de fuego Tiro Perfecto, S.A. necesitará $7,000,000 para reemplazar maquinaria depreciada. ¿Cuál será el valor del depósito trimestral que tendrá que hacer la compañía, a partir de este momento, en un fondo de depreciación que paga el 11.3% convertible cada trimestre, para acumular dicha cantidad de dinero?

n = 6 años = 24 trimestres   A = Fi / [(1 + i)^n -1] (1+i) = 7,000,000 (0.02825) / [(1.02825)^{24} – 1] (1.02825)

F = 7,000,000   A = 197,750 / 0.978383 = 202,119.21

A = ?

T = 11.3% ACTrim = 2.825% trim

i = 0.02825

4. ¿Cuántos depósitos semestrales anticipados de $18,781.27 cada uno se deben realizar para acumular un monto de $250,000? La tasa de interés es del 5.14% semestral capitalizable cada semestre.

n semestrales = ?

A = 18,781.27

F = 250,000

T = 5.14% Semestral

i = 0.0514

$$n = \frac{\log[\frac{Fi}{A\,(1+i)}+1]}{\log(1+i)} = \frac{\log[\frac{250{,}000\ (0.0514)}{18{,}781.27\ (1+0.0514)}+1]}{\log(1+0.0514)}$$

$$n = \frac{\log 1.650744}{\log 1.0514} = \frac{0.21768}{0.021768}$$ = 10 depósitos semestres

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 5

Encuentre el monto de ocho pagos que debe realizar el día uno de cada mes el carpintero Tomás Baroja, por la cantidad de $1,550 para adquirir herramienta para su carpintería. El tipo de interés contratado es de 24% anual capitalizable mensualmente.

Datos:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1 + i)$$

M = ?

n = 8 pagos

R = 1,550

T = 24% ACM = 2% mensual

i = 0.02

$$= 1\,550 \left[\frac{(1.02)^8 - 1}{0.02} \right] (1.02) = 1\,550 \left[\frac{1.1716594 - 1}{0.02} \right] (1.02)$$

$$= \$13\,569.67$$

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 6

¿Cuál es el valor actual de 18 pagos trimestrales anticipados de $2,855 con un interés de 17.89% anual capitalizable trimestralmente?

Datos

P = ?

n = 18 pagos trimestrales

A = 2,855

T = 17.89% ACT = 4.4725% trim.

i = 0.044725

$$\mathbf{P} = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] (1 + i)$$

$$P = 2855\left[1+\frac{0.524702}{0.044725}\right] = 2855[1+11.7317384]$$

$$P = \$36349.11$$

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 7

El chofer Francisco Méndez compró un camión a crédito de 40 asientos para transporte. Él tiene que realizar 24 pagos mensuales anticipados de $17 650, con intereses de 14% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el valor de contado del camión?

Datos

$R = \$17\,650$

$n = 24$ meses

$T = 14\%$ A.C.M.

$i = 0.011666$ mensual

$$P = A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right](1+i)$$

$$P = A\left[1+\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right] = 17\,650\left[1+\frac{1-(1.01166)^{-24+1}}{0.011666}\right] = 17\,650\left[1+\frac{1-0.7659575}{0.011666}\right]$$

$$P = 17\,650\left[1+\frac{0.2340425}{0.011666}\right] = 17\,650[1+20.06193211] = 17\,650(21.06193211) = \$371\,743.10$$

TAREA : EJERCICIOS 8, 9, 10 y 11

8. ¿Cuántos pagos mensuales anticipados de $1,240.70 cada uno deben hacerse para saldar una deuda de $16,000 si hay que pagar intereses al 27% capitalizable cada mes?
9. Una tienda departamental ofrece una pantalla de 55” en $29,900 si se paga de contado. A crédito, se puede comprar mediante abonos mensuales anticipados de $2,000 cada uno. Calcule el número de pagos mensuales que deberán hacerse si la tasa de interés es del 30% capitalizable cada mes.
10. El doctor Silva desea reunir 12,000 dólares para realizar un viaje en compañía de su familia a Disney World dentro de un año y medio. Con este fin, invierte 628.33 dólares cada mes anticipados, empezando de inmediato, en una cuenta de ahorro que le paga una tasa de interés del 0.62% mensual.

    El día que fue a depositar la novena mensualidad, se le informó que la tasa de interés bajó al 0.56% mensual a partir de ese momento. ¿Qué cantidad deberá depositar cada mes, a partir del próximo mes, a fin de lograr acumular el monto deseado?
11. Un automóvil usado se vende en $72,000 de contado, o bien, mediante un enganche de $20,000 y 6 pagos de $8,000 por bimestre vencido, así como un séptimo pago final. Si la tasa de interés es del 22% capitalizable cada bimestre, ¿cuál será el valor del pago final?

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 8

¿Cuántos pagos mensuales anticipados de $1,240.70 cada uno deben hacerse para saldar una deuda de $16,000 si hay que pagar intereses al 27% capitalizable cada mes?

Datos:

n = ?

A = 1,240.70

P = 16,000

T = 27% ACM

i = 0.0225

$$n = -\frac{\log[1 - \frac{Pi}{A\,(1+i)}]}{\log(1+i)}$$

$$n = -\frac{\log[1 - \frac{16{,}000\,(0.0225)}{1{,}240.70(1+0.0225))}]}{\log(1+0.0225)} = 15 \text{ pagos}$$

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 9

Una tienda departamental ofrece una pantalla de 55” en $29,900 si se paga de contado. A crédito, se puede comprar mediante abonos mensuales anticipados de $2,000 cada uno. Calcule el número de pagos mensuales que deberán hacerse si la tasa de interés es del 30% capitalizable cada mes.

Datos:

P = 29,900

A = 2,000

n = ?

T = 30% ACM

i = 0.025

$$n = -\frac{\log[1 - \frac{Pi}{A\,(1+i)}]}{\log(1+i)}$$

$$n = -\frac{\log[1 - \frac{29{,}900\,(0.025)}{2{,}000\,(1+0.025))}]}{\log(1+0.025)} = 18.36801581 \text{ pagos}$$

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 10

El doctor Silva desea reunir 12,000 dólares para realizar un viaje en compañía de su familia a Disney World dentro de un año y medio. Con este fin, invierte 628.33 dólares cada mes anticipados, empezando de inmediato, en una cuenta de ahorro que le paga una tasa de interés del 0.62% mensual.

El día que fue a depositar la novena mensualidad, se le informó que la tasa de interés bajó al 0.56% mensual a partir de ese momento. ¿Qué cantidad deberá depositar cada mes, a partir del próximo mes, a fin de lograr acumular el monto deseado?

Datos:

F = 12,000

N = 18 meses

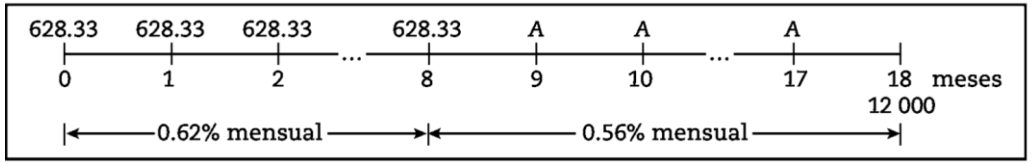
A = 628.33

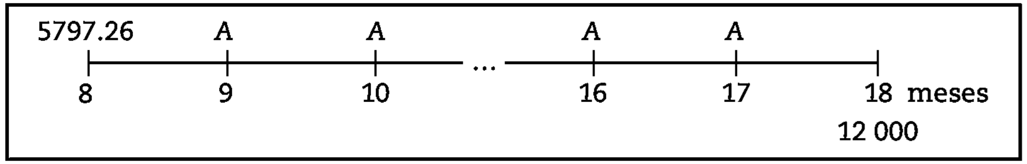
T_1 = 0.62% mensual

N_1 = 8 meses

T_2 = 0.56% mensual

N_2 = 9 meses





9

$$F_9 = 628.33 \left[\frac{(1+0.0062)^8 - 1}{0.0062} \right] (1 + 0.0062) + 628.33 = \boxed{5,797.26}$$

$$= 5,797.26 + A \left[\frac{1 - (1+0.0056)^{-9}}{0.0056} \right] = \frac{12,000}{(1+0.0056)^{10}}$$

$$= 5,797.26 + 8.753088718\,A = 11,348.24228$$

A = 634.17 dólares

ANUALIDADES ANTICIPADAS: EJERCICIO # 11

Un automóvil usado se vende en \$72,000 de contado, o bien, mediante un enganche de \$20,000 y 6 pagos de \$8,000 por bimestre vencido, así como un séptimo pago final. Si la tasa de interés es del 22% capitalizable cada bimestre, ¿cuál será el valor del pago final?

Datos:

Precio = 72,000

Enganche = 20,000

Saldo por financiar = 52,000

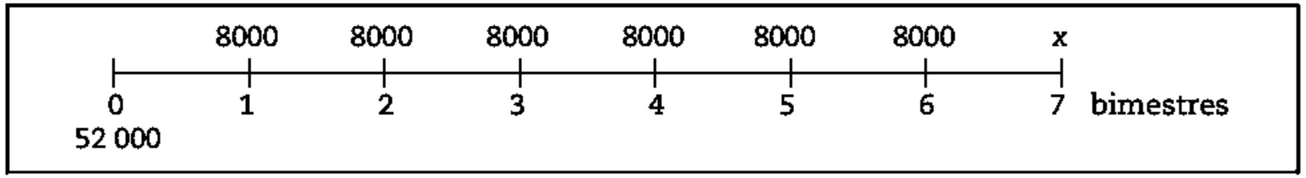
A = 8,000 bimestral

n_6 = 6 pagos bimestral

X = 7º pago

T = 22% ACB

i = 0.036667



$$52{,}000\,(1 + 0.036667)^{7} = 8{,}000\left[\frac{(1+0.036667)^{6}}{0.036667}\right](1 + 0.036667) + X$$

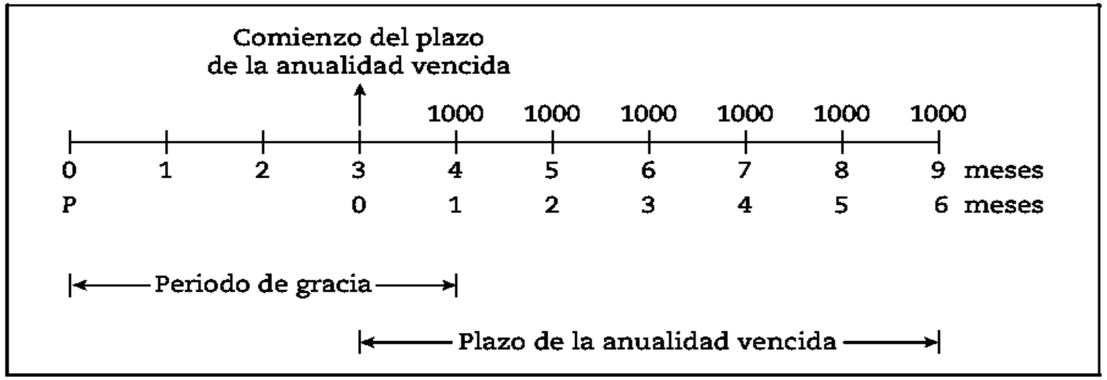
$$66{,}907.88223 = 54{,}550.5548 + X$$

$$X = \$12{,}357.33$$

ANUALIDADES DIFERIDAS

ANUALIDADES DIFERIDAS

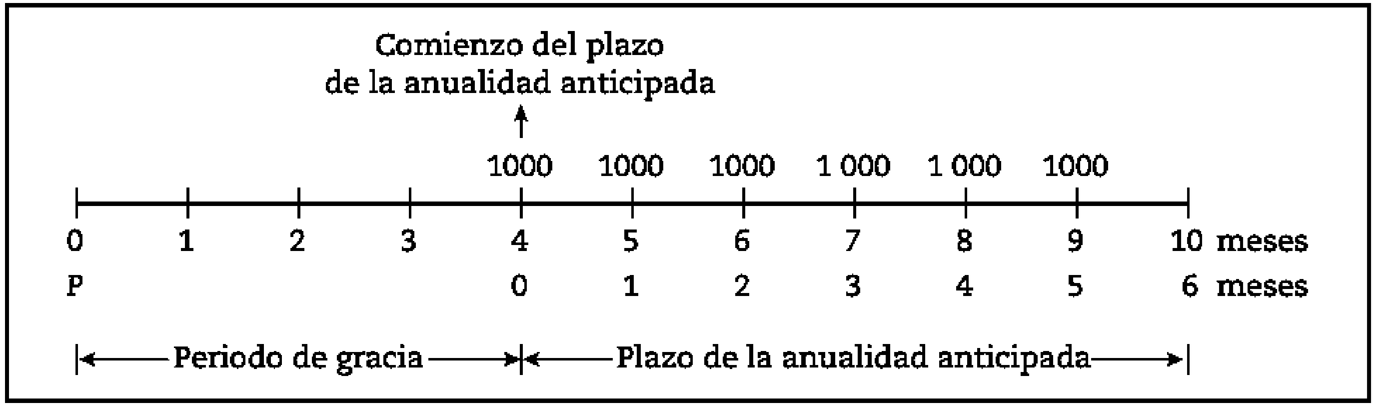
- Una **anualidad diferida** es aquella cuyos pagos comienzan después de transcurrido un determinado intervalo de tiempo desde el momento en que la operación quedó formalizada. El momento en que la operación queda formalizada recibe el nombre de **momento inicial** o de **convenio**.
- Al intervalo de tiempo que transcurre entre el momento inicial y el inicio de los pagos o depósitos se llama **periodo de gracia** o **periodo de diferimiento**.
- El **periodo de gracia** se mide, usualmente, en las mismas unidades de tiempo que el periodo de pago. Por ejemplo, si dentro de 4 meses se hará el primer pago de una anualidad vencida de $1,000 mensuales y cuyo plazo es de 6 meses, se tendrá el siguiente diagrama de tiempo:



- En este ejemplo el periodo de gracia es de 4 meses, y el final del tercer mes coincide con el comienzo del plazo de la anualidad vencida, el cual es de 6 meses.

ANUALIDADES DIFERIDAS

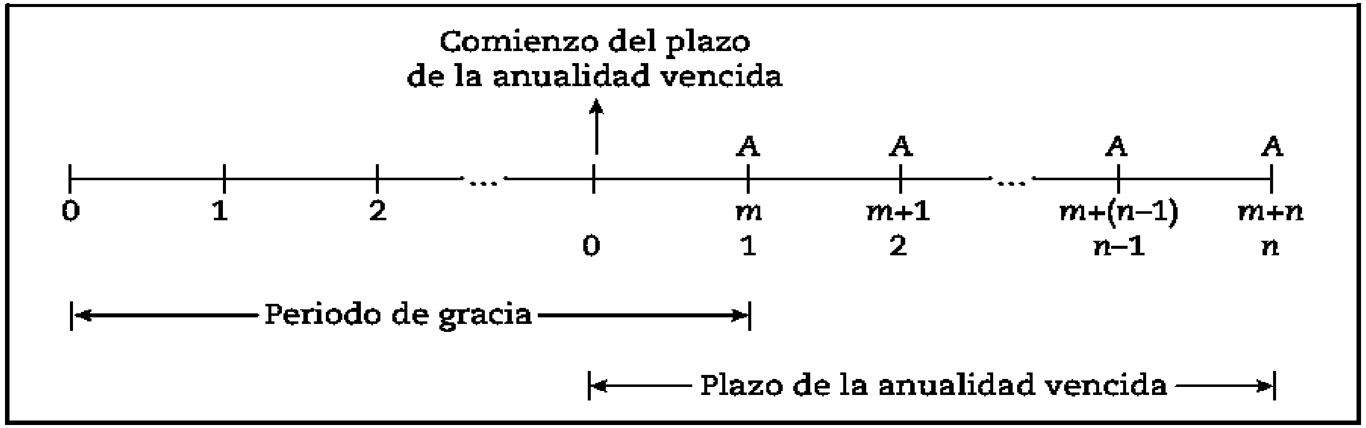
- Si la anualidad del ejemplo anterior se considera anticipada, entonces el diagrama de tiempo sería el siguiente:



- Para resolver problemas de anualidades diferidas no es necesario deducir fórmulas nuevas, ya que éstas pueden ser tratadas como anualidades vencidas o anticipadas. Las anualidades diferidas que revisaremos en clase serán anualidades vencidas, ya que ésta es la forma más usual de analizarlas, excepto que se indique lo contrario.

ANUALIDADES DIFERIDAS

- El diagrama de tiempo general de una anualidad vencida, diferida m periodos, es el siguiente:



- Mientras transcurre el **periodo de gracia**, puede ocurrir una de las siguientes situaciones:
  1. que en el periodo de gracia no se genere ningún tipo de interés. En este caso, el periodo de gracia es irrelevante y el problema se trata como si fuera una anualidad vencida o anticipada.
  2. que al final de cada periodo de pago, dentro del periodo de gracia, se liquiden los intereses generados por el capital original en dicho periodo. En este caso, se dice que hay servicio de intereses. Al llevarse a cabo esta situación, el capital original permanece constante todo el periodo de gracia; de tal manera que el valor presente de la anualidad es igual al capital original;
  3. que los **intereses generados dentro del periodo de gracia se capitalicen**. En este caso, el valor presente de la anualidad será igual al capital original más los intereses capitalizados.

ANUALIDADES DIFERIDAS: EJERCICIO # 1

Antonio compra una computadora de escritorio mediante el pago de 6 mensualidades sucesivas de \$4100 cada una, pagando la primera mensualidad 3 meses después de la compra. ¿Cuál es el precio de contado de la computadora si se está cobrando una tasa de interés del 33% capitalizable cada mes? ¿Cuánto se paga de intereses?

Datos:

n = 6 mensualidades

A = 4,100

Plazo gracia = 3 meses

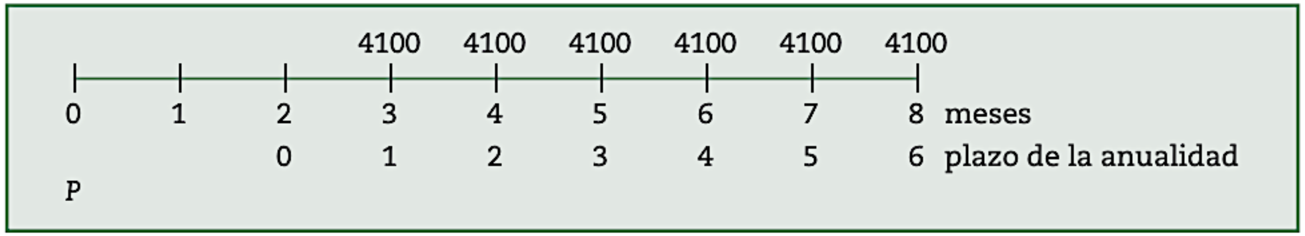
P = ?

T = 33% ACM o 2.75% mensual

i = 0.0275

I = ?

$$P = \frac{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}{(1+i)}$$



El **periodo de gracia** es de **3 meses** y el **plazo de la anualidad** es de **6 meses.**

$$P\left(1+\frac{0.33}{12}\right)^{2} = 4100\left[\frac{1-\left(1+\frac{0.33}{12}\right)^{-6}}{\left(\frac{0.33}{12}\right)}\right]$$

$$1.05575625\,P = 22\ 395.70379$$

$$P = \$21\ 213$$

$$P = 4100\left[\frac{1-\left(1+\frac{0.33}{12}\right)^{-6}}{\left(\frac{0.33}{12}\right)}\right]\left(1+\frac{0.33}{12}\right)^{-2}$$

$$P = \$21\ 213$$

$$(1+i)^{n}$$

El **interés pagado** por el uso del crédito fue:

I = (4,100) (6) – 21,213 = 3,387

ANUALIDADES DIFERIDAS: EJERCICIO # 2

Durante este mes, Mueblería El Portal ofrece la promoción “Compre ahora y pague después”, la cual consiste en pagar el precio de todas las mercancías en 8 mensualidades, empezando 4 meses después de la compra. ¿Cuál será la mensualidad que deberá pagar la señora Arrieta si compró una lavadora en $5,520 y le cargan un interés del 3.54% mensual capitalizable cada mes?

Datos:

n = 8 mensualidades

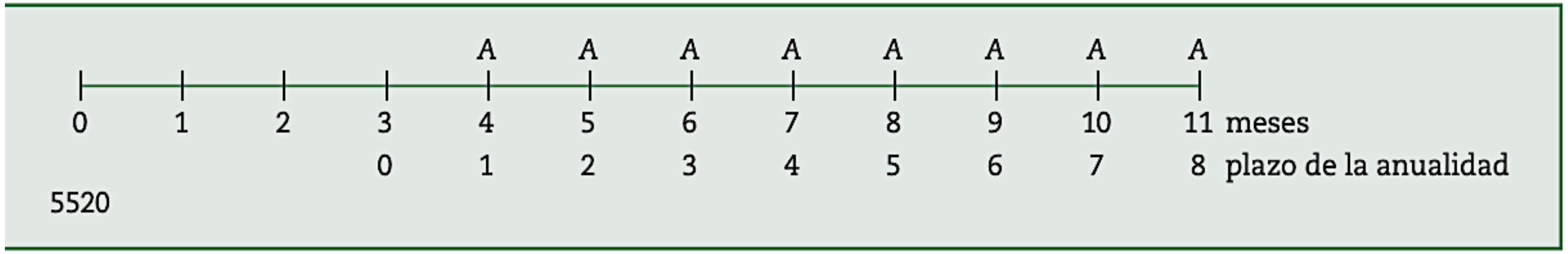
Plazo de gracia = 4 meses

A = ?

P = 5,520

T = 3.54% mensual

i = 0.0354



$$5520(1+0.0354)^{3} = A\left[\frac{1-(1+0.0354)^{-8}}{0.0354}\right]$$

$$A = \$892.86$$

ANUALIDADES DIFERIDAS

El precio de contado de una casa es de $1,400,000. Se puede comprar a crédito mediante un enganche del 25% del precio de contado y el resto mediante pagos mensuales de $12,750. Si se da un periodo de gracia de 4 meses y la tasa de interés es del 1.1% mensual capitalizable cada mes, calcule el número de pagos mensuales que deben hacerse.

BIBLIOGRAFÍA

- Matemáticas financieras, Vidaurri Aguirre Héctor Manuel, Cengage, 7ª edición, 2020, Ciudad de México.
- Matemáticas financieras, Rodríguez Francos Jesus & Rodríguez Jiménez Elva Cristina, Grupo Editorial Patria, 1ª edición 2014, Ciudad de México.