

<b>Título del documento</b>			
ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD APLICADO A UN MODELO DE INVENTARIOS COLABORATIVO			
<b>Nombre del docente</b>			
Dr. Juan Carlos Soto Piña			
<b>Fecha de producción</b>	<b>Lugar</b>		
25 de julio de 2022	Universidad Tecnológica de Querétaro		
<b>Programa educativo (Marque un solo programa con una X):</b>			
<input type="checkbox"/>	P1. TSU en Administración Área Capital Humano - Intensivo	<input type="checkbox"/>	P.6. TSU en Logística Área Cadena de Suministros - Intensivo
<input type="checkbox"/>	P2. TSU en Administración Área Capital Humano - Flexible	<input type="checkbox"/>	P.7 Licenciatura en Gestión del Capital Humano - Intensivo
<input type="checkbox"/>	P3. TSU en Desarrollo de Negocios Área Servicio Posventa - Intensivo	<input type="checkbox"/>	P.8 Licenciatura en Innovación de Negocios y Mercadotecnia - Intensivo
<input type="checkbox"/>	P4. TSU en Desarrollo de Negocios Área Mercadotecnia - Intensivo	<input type="checkbox"/>	P.9 Licenciatura en Diseño y Gestión de Redes Logísticas - Intensivo
<input checked="" type="checkbox"/>	P5. TSU en Desarrollo de Negocios Área Mercadotecnia - Flexible	<input type="checkbox"/>	
<b>Nombre de la asignatura</b>		<b>Unidad Temática</b>	
LOGÍSTICA Y DISTRIBUCIÓN		I. Administración de almacén	
<b>Propósito</b>			
El alumno realizará propuestas de almacén, niveles óptimos, mecanismos y medios de control para el adecuado manejo de los materiales.			
<b>Referencia (en formato APA):<sup>1</sup></b>			

<sup>1</sup> Se recomienda consultar: Centro de Escritura Javeriano. (2020). *Normas APA, séptima edición*. Cali, Colombia: Pontificia Universidad Javeriana. <https://www2.javerianacali.edu.co/centro-escritura/recursos/manual-de-no...>



Olvera R. V., y Segura P. E., (2021, octubre). Análisis de sensibilidad aplicado a un modelo de inventarios colaborativo, <https://investigacion.fca.unam.mx/docs/memorias/2021/15.02.pdf>

**Licencia Creative Commons:**

(Conoce más aquí: <https://creativecommons.org/licenses/?lang=es>)

Pegue aquí la licencia



## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD APLICADO A UN MODELO DE INVENTARIOS COLABORATIVO

Área de investigación: Operaciones

**Verónica Olvera Rodríguez**

Universidad Nacional Autónoma de México

México

[veronica.olvera@ingenieria.unam.edu](mailto:veronica.olvera@ingenieria.unam.edu)

**Esther Segura Pérez**

Universidad Nacional Autónoma de México

México

[esther.segura@ingenieria.unam.edu](mailto:esther.segura@ingenieria.unam.edu)



## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD APLICADO A UN MODELO DE INVENTARIOS COLABORATIVO

### Resumen

Cuando los modelos de inventarios son aplicados de forma independiente se alejan de la realidad ya que estos forman parte de la cadena de suministro en la que todos los integrantes se relacionan, por lo cual, se han planteado modelos colaborativos que se asemejan al comportamiento real entre los integrantes de la cadena de suministro.

Un análisis que permite visualizar el comportamiento real de un sistema de inventarios es el análisis de sensibilidad, su importancia recae en que permite visualizar los efectos que se generan al cambiar los valores de las variables involucradas en los inventarios y sus efectos en los costos, lo cual permite tomar decisiones para prevenir pérdidas económicas. Partiendo de los modelos clásicos de inventarios como el EOQ y EPQ por sus siglas en inglés, diversos autores han propuesto nuevos modelos de inventarios con la finalidad de acercarse a su comportamiento real dentro de la cadena de suministro. La propuesta y desarrollo de modelos colaborativos que relacionan al comprador y proveedor tiene como objetivo disminuir los costos de la cadena de suministro, pero para aplicarlos se requiere desarrollar una comunicación para el intercambio de información y formulación de planes en conjunto que permitan disminuir costos y obtener beneficios para las partes involucradas.

Tomando un modelo de inventarios que conjunta al comprador y proveedor se realizó un análisis de sensibilidad con el objetivo de identificar los escenarios posibles y el impacto en el costo de los inventarios generado a partir del aumento o disminución de la cantidad óptima a ordenar y producir, de igual forma se realizó un análisis para los modelos del comprador y proveedor operando por separado. A partir del análisis realizado se obtuvo como resultado que los costos de los inventarios tienen un comportamiento exponencial cuando se solicita o se produce menor cantidad a la considerada óptima, por lo tanto, en los tres modelos es preferible solicitar o producir una mayor cantidad a la óptima.

**Palabras clave:** sensibilidad, inventarios, análisis, cadena de suministro.

## Introducción

La cadena de suministro es definida como el conjunto de entidades que están directamente involucradas en los procesos de entrega de productos terminados desde la fuente hasta el consumidor final; la cadena de suministro directa involucra a la empresa, proveedores y clientes y la cadena extendida, involucra al proveedor del proveedor y al cliente del cliente (Mentzer et al., 2001). Los inventarios son un componente de la cadena de suministro sobre los cuales se pueden tomar decisiones que disminuyan los costos dentro de la cadena.

Los inventarios tienen su origen en los egipcios y demás pueblos de la antigüedad, donde acostumbraban a almacenar grandes cantidades de alimentos para ser utilizados en los tiempos de sequía (Durán, 2012). Un inventario se define como los bienes de una empresa destinados a la producción de artículos para su posterior venta, estos bienes pueden ser: materias primas, producción en proceso, artículos terminados y otros materiales empleados en el empaque e incluyendo las refacciones (Sipper and Bulfin, 1999). Los inventarios representan una de las inversiones más importantes de las empresas con relación al resto de sus activos, ya que son fundamentales para las ventas e indispensables para la rentabilidad de las empresas.

La teoría de inventarios tiene sus raíces en el modelo de Cantidad Económica de Pedido, por sus siglas en inglés EOQ propuesto por Harris en 1913 y Wilson 1934, este modelo fue el pionero y ha sido la base para el desarrollo de otras variantes del modelo. El modelo EOQ sigue siendo una herramienta importante para las empresas que desean minimizar sus costos de inventario, encontrando un equilibrio entre la cantidad de pedidos por año y el costo de mantenimiento anual (Pereira y Costa, 2015).

La gestión de inventario en cualquier empresa implica dar respuesta a las siguientes preguntas, ¿cuánto ordenar?, ¿cuándo ordenar?, ¿cuál es el nivel de inventario de seguridad?, ¿tipo de producto? y en ¿cuál localización? (Silver et al., 1998). Las respuestas a estas preguntas generan conflicto entre los costos de inversión de mantener productos en inventario para la empresa o para la cadena de suministro y el nivel deseado de servicio al cliente.

### Características del modelo EOQ

El concepto básico de este modelo es crear un balance entre dos costos opuestos, los costos de ordenar y los costos de almacenar. Este modelo opera sobre supuestos tales como: demanda ( $D$ ) constante y determinística, reabastecimiento inmediato y costos constantes. La demanda se puede determinar a partir de pronósticos o por una estimación a partir del análisis de registro históricos de los datos (Sipper y Bulfin, 1999).

El modelo EOQ es empleado por empresas que se encargan a la compra de artículos terminados y posteriormente su venta, se centra en el cálculo de la cantidad a ordenar  $Q$  dada por la ecuación (1) y el costo anual del inventario  $K(Q)$  que incluye el costo anual por ordenar y mantener el inventario ( $h$ ) descrito por la ecuación (2). Tanto para el cálculo de  $Q$  y  $K(Q)$  se tiene un costo constante asociado a los procesos administrativos de realizar el pedido denotado por  $A$ .

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \quad (1)$$

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} \quad (2)$$

### Características del modelo EPQ

A partir del modelo EOQ surge el modelo de Cantidad Económica a Producir, por sus siglas en ingles EPQ este es un modelo matemático para el control de inventarios que tiene como objetivo determinar las cantidades óptimas a producir para minimizar los costos totales de fabricación.

El modelo matemático EPQ tiene como supuestos que todos los artículos producidos son de calidad perfecta, una producción constante en un determinado periodo para satisfacer la demanda. El modelo se basa en supuestos de demanda ( $D$ ) constante y determinística, tasa de producción ( $P$ ) y tamaño de producción ( $Q^*$ ) constante. Para este modelo se tiene un costo  $A$  por concepto de preparar una corrida de producción y un costo por mantener el inventario generado por la

producción denotado por  $h$ . La cantidad óptima del lote a producir se describe por la ecuación (3) y el costo total del inventario se calcula mediante la ecuación (4).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (3)$$

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + h\frac{Q\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} \quad (4)$$

### **Incertidumbre en los modelos de inventarios**

En la gestión de inventarios la fuente principal de incertidumbre son los pronósticos en las ventas futuras de cualquier artículo y la duración de los tiempos de abastecimiento. Para los modelos de inventarios de los proveedores se considera la incertidumbre en la disponibilidad de fabricación, la disponibilidad de inventarios y los tiempos de entrega (Serna et al, 2012). De igual forma los costos de pedido y mantenimiento no son siempre conocidos y constantes, además de que pueden surgir costos por incumplimiento en la entrega de pedidos.

En los modelos de inventarios EOQ y EPQ la demanda es una variable que se encuentra presente en ambos modelos esta depende de las condiciones externas del mercado por lo cual su valor genera incertidumbre en la gestión de inventarios.

La demanda al ser impredecible genera incertidumbre, por lo cual se afectan los resultados del proceso de planeación y manejo del inventario, generando pérdidas económicas (Marqués et al, 2010).

La gestión de inventarios es una actividad que involucra la participación de las áreas de una empresa tales como: producción, finanzas, ventas, compras y contabilidad, por lo tanto, si se tiene un mal manejo en el inventario impacta de forma negativa en estas áreas y puede ocasionar un inventario insuficiente que no cubra la demanda y genere pérdidas de ventas y clientes afectando en la rentabilidad de la empresa, omisión en la disminución o reducción de productos o materia prima necesaria para cubrir la demanda, exceso de inventario que incrementa los costos

por almacenamiento y hasta puede pasar inadvertida la sustracción de productos, refacciones o materia prima.

## Revisión bibliográfica de los modelos de inventarios colaborativos

La colaboración es un proceso mediante el cual se alcanzan objetivos que no se pueden lograr si se actúa de forma individual o pueden alcanzarse, pero de forma deficiente. Las actividades colaborativas en una cadena de suministro dependen de las relaciones entre los proveedores, fabricantes, clientes y demás actores (Mora, 2018). La colaboración en la cadena de suministro relaciona dos o más empresas independientes que trabajan en conjunto, con el fin de llevar a cabo operaciones que generen mayores beneficios que de forma individual (Kolk et al., 2008).

Los integrantes de la cadena de suministro deben de identificar las relaciones y las fuentes de comunicación adecuadas que influyen en el mejoramiento productivo para alcanzar los objetivos de colaboración; Simatupang y Sridharan (2002), propusieron cinco elementos de colaboración entre los integrantes de la cadena de suministro, el intercambio de información sobre la planificación, el proceso, el control y el rendimiento de la cadena de suministro, la sincronización de las decisiones y la alineación de los incentivos basada en el rendimiento global.

Salas et al. (2017) plantearon una metodología de gestión de inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro, dicha metodología incluye los siguientes pasos: definición de las políticas para la integración y colaboración, planificación colaborativa, integración de procesos claves y críticos, medición de desempeño y elaboración de planes de acción; esta metodología tiene el objetivo de medir los niveles de integración y colaboración en la planificación de la cadena de suministro. Con el objetivo de incentivar la cooperación e intercambio de información entre los agentes de una cadena de suministro Yuan y Qion (2008), analizan la cadena de suministro desde el punto de vista del mecanismo de generar incentivos para compartir información y con ello lograr una colaboración para disminuir los costos asociados. Yu, Huan y Liang (2009), analizan la relación entre el proveedor-minoristas y proponen un algoritmo en el que se examinan cuestiones como, el aumento en gastos

de publicidad del proveedor y minorista, reducción de precios de venta al público y que medidas deben considerarse al aumento de los precios de la materia prima o costo en el mantenimiento (Yu et al., 2009).

Una propuesta de modelo de inventarios es la desarrollada por Velásquez (2013) en la que analizó un eslabón de la cadena de suministro que relaciona el comportamiento del inventario del comprador y proveedor, en su análisis relaciona al modelo EOQ como el comportamiento esperado del inventario para el comprador, mientras que para el proveedor el comportamiento del inventario indica que no se puede asemejar a un modelo EPQ debido a que:

- El proveedor realiza una corrida de producción para satisfacer el pedido de un solo cliente.
- El proveedor no tendrá consumo durante el tiempo de producción.
- La demanda será puntual y por el lote completo de la producción.

Derivado del análisis propone la ecuación (5) que representa los costos totales de inventario para el proveedor y la ecuación (6) para calcular el tamaño de lote de producción que minimiza los costos asociados para el proveedor (Velásquez, 2013).

$$K_p(Q) = A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q \left(\frac{D}{P}\right)}{2} \quad (5)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A_p D}{h_p \left(D - \frac{D}{P}\right)}} \quad (6)$$

Continuando con la propuesta de Velásquez (2013) donde conjunta los modelos de inventarios para el comprador y el proveedor, considera para el costo total en la cadena de suministro la suma los costos de ambos llegando a la ecuación (7) y para el cálculo de la cantidad óptima de pedido que minimiza el costo en conjunto se obtiene por la ecuación (8).

$$K(Q) = A_c \frac{D}{Q} + h_c \frac{Q}{2} + A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q \left(\frac{D}{P}\right)}{2} \quad (7)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(A_c + A_p)D}{h_c + h_p \left(\frac{D}{P}\right)}} \quad (8)$$

El concepto de costo en modelos de inventarios se considera importante para llegar a una mayor eficiencia en la cadena de suministro, ya que entre más alta sea la rentabilidad en la cadena, más exitosa será esta. La eficiencia de la cadena de suministro es la diferencia entre lo que vale el producto para el cliente final y los costos en los que se incurre para satisfacer la demanda del producto. Por medio de un modelo de inventario colaborativo entre comprador y proveedor se pueden minimizar los costos de la cadena por lo cual es importante que el comprador y proveedor establezcan negociaciones en términos de cooperación y colaboración (Velásquez, 2013).

El desarrollo y planteamiento de modelos matemáticos de inventarios colaborativos pueden generar beneficios tanto para el comprador como para el proveedor, pero para implementarse es fundamental que antes se genere y fortalezca la integración y coordinación entre ambos para compartir información que les permita desarrollar una planificación de inventarios sincronizada, con el objetivo de minimizar costos. La coordinación dentro de la cadena de suministro implica que las acciones estén articuladas y sincronizadas con el objetivo de promover la creación de valor y la reducción de pérdidas (Balcázar et al, 2016).

### **Análisis de sensibilidad**

Un análisis de sensibilidad es un proceso que estudia los cambios generados en la solución óptima a partir de diversos valores que pueden tomar las variables o parámetros involucrados, generando un ambiente dinámico; el análisis de sensibilidad en los modelos de inventarios permite visualizar los efectos que tendrían los cambios de variables que no pueden ser controladas y que su comportamiento depende de factores externos del sistema de inventarios, ayudando a tomar decisiones que permitan disminuir pérdidas económicas.

En los modelos de inventarios EOQ y EPQ se pueden realizar análisis de sensibilidad que permitan analizar los cambios en la cantidad económica a ordenar ante cambios en las variables de demanda (D), costo por mantener (h) y costo por preparar (A), los cambios de las

variables se pueden realizar a partir del valor conocido o estimado de una variable. De igual forma se puede analizar el cambio de  $K(Q)$  relacionado a cualquier cambio en las variables involucradas en su cálculo.

## Planteamiento del problema

Los modelos de inventarios parten del hecho que se conocen con exactitud la información de los datos para aplicar el modelo, pero normalmente son datos estimados o aproximados que se tratan de mantener constantes en un valor considerado como el ideal, sin considerar variaciones y los efectos de estas sobre los costos del inventario y las cantidades a ordenar o producir. Siendo los costos un problema dentro de la gestión de inventarios se identifica que estos podrían disminuir desarrollando alianzas entre el comprador y el proveedor, por ejemplo, al disminuir el desgaste operativo de realizar pedidos de lotes pequeños de producto.

## Metodología

A continuación, se describe la metodología para realizar un análisis de sensibilidad a la respuesta de los modelos de inventarios dentro de límites definidos determinados por las variables de entrada del sistema. La metodología se puede aplicar a modelos de inventarios tradicionales y colaborativos:

1. Identificar el modelo matemático del inventario.
2. Realizar el cálculo de la cantidad óptima a ordenar o producir ( $Q^*$ ). El cálculo se realizará con el respectivo modelo matemático al modelo del inventario.
3. Obtener el costo total del inventario  $K(Q^*)$ . El cálculo se realizará con el respectivo modelo matemático al modelo del inventario.
4. Plantear un intervalo de valores enteros para la cantidad  $Q$ .
5. Se plantea una constante  $\beta$  que permite medir el cambio entre la cantidad óptima a ordenar  $Q^*$  y una cantidad  $Q$ . Los valores de  $\beta$  se calculan con la siguiente expresión  $\beta = \frac{Q}{Q^*}$

6. Realiza el cálculo de  $f(\beta) = \frac{K(Q)}{k(Q^*)}$  esta función indica el cambio del costo del inventario relacionado con el cambio en la cantidad  $Q$  contenida en el intervalo de valores a analizar.
7. Elaborar una tabla para plantear los cálculos necesarios para el análisis de sensibilidad; en la primera columna enlistar los valores de  $Q$  contenidos en el intervalo a analizar, en la segunda columna colocar el cálculo de  $K(Q)$  para cada valor de  $Q$ , en la tercera columna calcular el valor de  $\beta$  para cada  $Q$  y en la cuarta columna colocar el cálculo de  $f(\beta)$ .
8. Realizar la gráfica que indique el comportamiento del análisis de sensibilidad.

Siguiendo la metodología anteriormente planteada se realizó el análisis de sensibilidad para un modelo de inventarios para el comprador, proveedor y un modelo colaborativo el cual se presenta a continuación.

### **Desarrollo de un ejemplo siguiendo la metodología planteada**

Retomando el ejemplo planteado por Velásquez (2013) y tomando los valores propuestos en su ejemplo se realiza un análisis de sensibilidad para los modelos de inventario del comprador, proveedor y el modelo colaborativo.

Para mostrar la aplicabilidad de modelo colaborativo de Velásquez es necesario agregar una dimensión dinámica en donde se analice el impacto de modificar la cantidad económica a ordenar, la cantidad a producir para observar el impacto en el costo asociado al inventario tanto para el proveedor como para el comprador.

El análisis de sensibilidad se realiza de forma separada para el modelo de inventarios de comprador que corresponde al modelo EOQ, el modelo del proveedor y el modelo colaborativo de Velásquez que relaciona al comprador y proveedor, a continuación, se indican los datos para ambos planteados en el ejemplo.

Comprador:

$D = 2000$  unidades/año

$A_c = \$ 250.00$  por pedido

$h_c = \$ 4$  por unidad/año

Proveedor:

$P = 10000$  unidades/año

$A_p = \$ 1000.00$  por pedido

$h_p = \$ 2$  por unidad/año

El comprador y el proveedor se encuentran en la misma cadena de suministro por lo cual la demanda de comprador es la misma cantidad demanda al proveedor.

### Análisis de sensibilidad para el modelo del comprador

Aplicando el modelo EOQ para el comprador se obtiene una cantidad óptima a ordenar  $Q^*_c = 500$  unidades, con un costo asociado  $K_c(Q) = \$ 2000$ .

Para realizar el análisis de sensibilidad se calcula la constante  $\beta$  que permite medir el cambio entre la cantidad óptima a ordenar  $Q^*_c$  y una cantidad  $Q$  teórica. Para este análisis se consideraron todos los valores enteros del intervalo de 1 a 10000 piezas, con cambios de una unidad, en la Tabla. 1 se muestran algunos valores de  $\beta$ .

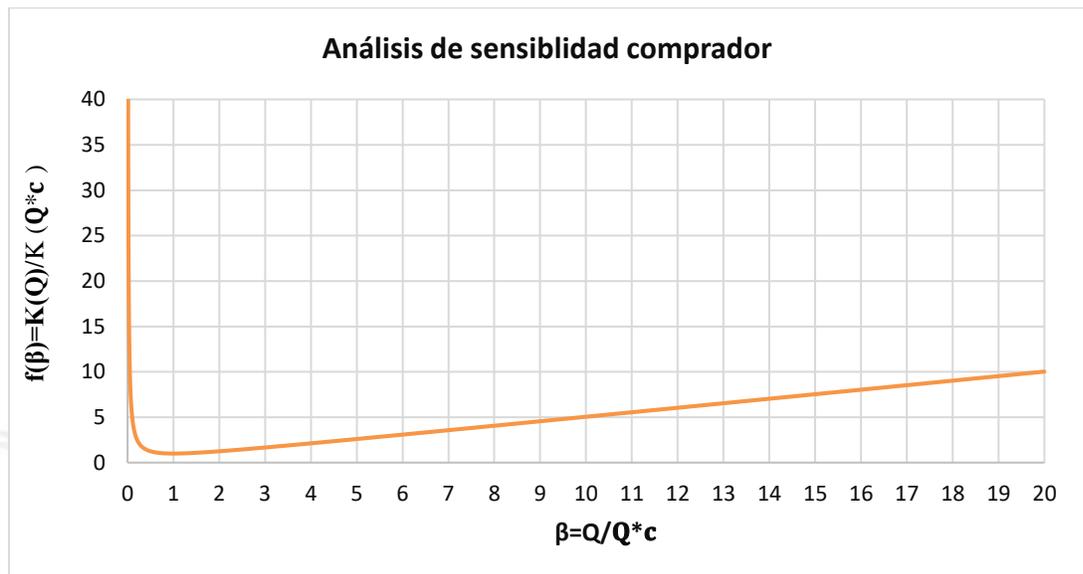
**Tabla 1**  
*Análisis de sensibilidad modelo de inventarios para el comprador*

Análisis de sensibilidad comprador				
Q	Costo comprador	$\beta=Q/Q^*_c$	$f(\beta)=K(Q)/K(Q^*_c)$	
1	\$ 500,002.00	0.002	250.001	
50	\$ 10,302.00	0.098	5.151	
110	\$ 4,765.00	0.22	2.3825	
250	\$ 2,500.00	0.5	1.25	
360	\$ 2,108.00	0.72	1.054	
495	\$ 2,000.00	0.99	1	
499	\$ 2,000.00	0.998	1	
<b>500</b>	<b>\$ 2,000.00</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
501	\$ 2,000.00	1.002	1	

504	\$	2,000.00	1.008	1
505	\$	2,000.00	1.01	1
700	\$	2,114.00	1.4	1.057
900	\$	2,355.00	1.8	1.1775
10000	\$	20,050.00	20	10.025

De acuerdo con los valores encontrados, el pedir una cantidad inferior a la óptima implica un costo mayor que pedir cantidades mayores, en la Figura 1 se tiene la gráfica del análisis de sensibilidad donde se observa que para valores de  $\beta$  menores a 1 los costos son muy elevados mientras que para valores mayores a 1 el costo  $K(Q)$  aumenta, pero en una proporción menor.

**Figura 1**  
*Gráfica del análisis de sensibilidad del modelo de inventario del comprador.*



Analizando los costos el modelo del comprador es el que presenta un mayor aumento en el costo cuando  $\beta$  es mayor a 1, lo cual se puede revisar en los análisis de sensibilidad mostrados en los siguientes puntos.

### Análisis de sensibilidad para el modelo del proveedor

Aplicando el modelo de inventarios para el proveedor descrito por las ecuaciones 5 y 6 se obtiene la cantidad óptima a producir  $Q_p^* = 3162$  unidades, con un costo asociado  $K_p(Q) = \$ 1200$ , con estos valores se realiza el análisis de sensibilidad descrito para el modelo del proveedor.

De haber considerado el modelo clásico EPQ la cantidad a producir y el costo asociado cambia considerablemente. Tomando los valores del ejemplo y usando el modelo EPQ se tienen los valores de  $Q_p^* = 1581$  unidades y  $K_p(Q) = \$ 2529$ ; se observa que el costo es mayor que el obtenido por el modelo de Velásquez.

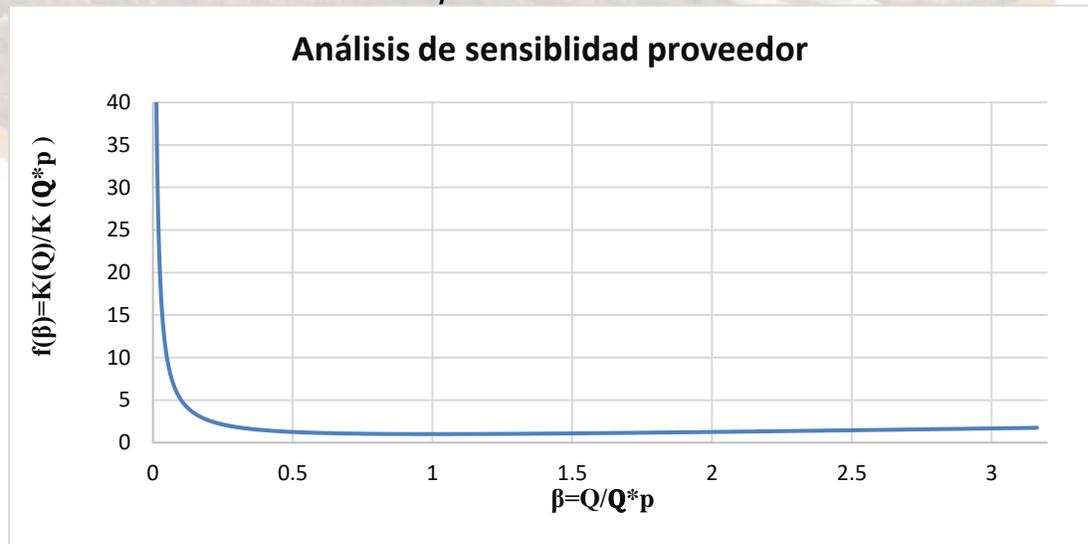
En la Tabla. 2 se tiene una muestra de algunos de los valores obtenidos del análisis de sensibilidad realizados al modelo del proveedor.

**Tabla 2**  
*Análisis de sensibilidad modelo de inventarios para el proveedor.*

Análisis de sensibilidad proveedor				
Q	Costo proveedor	$\beta=Q/Q_p^*$	$f(\beta)=K(Q)/K(Q_p^*)$	
1	\$ 2,000,000.00	0.000316256	1582.278481	
50	\$ 40,010.00	0.015812777	31.65348101	
250	\$ 8,050.00	0.079063884	6.368670886	
550	\$ 3,746.00	0.173940544	2.963607595	
700	\$ 2,997.00	0.221378874	2.371044304	
1000	\$ 2,200.00	0.316255534	1.740506329	
1209	\$ 1,896.00	0.382352941	1.5	
1500	\$ 1,633.00	0.474383302	1.29193038	
<b>3162</b>	<b>\$ 1,264.00</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
4200	\$ 9,835.00	1.328273245	1.041139241	
5500	\$ 12,554.00	1.73940544	1.157436709	
6500	\$ 14,684.00	2.055660974	1.271360759	
8000	\$ 1,850.00	2.530044276	1.463607595	
10000	\$ 2,200.00	3.162555345	1.740506329	

En la Figura 2, se puede ver que el proveedor se ve menos afectado en sus costos cuando tiene que producir más de lo óptimo, obteniendo un comportamiento más estable, pero si las cantidades a producir son menores a la óptima los costos se elevan exponencialmente.

**Figura 2**  
*Gráfica del análisis de sensibilidad del modelo de inventario del proveedor*



### **Análisis de sensibilidad para el modelo colaborativo comprador y proveedor**

Por último, el modelo colaborativo pondera la mejor relación para ambas partes y su geometría sería intermedia a los otros dos modelos. Los costos se elevan cuando  $\beta$  es mayor a 1 y se encuentra un poco más arriba que en el modelo del proveedor, pero considerablemente son menores que en el modelo del comprador.

Este modelo sincroniza al comprador y proveedor para que compartan una cantidad a ordenar y a producir que permita cubrir los intereses de ambos y que disminuya los costos de la cadena de suministro. Por ello es necesario que ambos establezcan una comunicación eficaz.

Empleando las ecuaciones del modelo colaborativo 7 y 8 se calcularon los valores óptimos de  $Q^*_{cp} = 4690$  y  $K(Q^*_{cp}) = \$ 1066$  con los cuales se obtuvieron los datos mostrados en la Tabla. 3

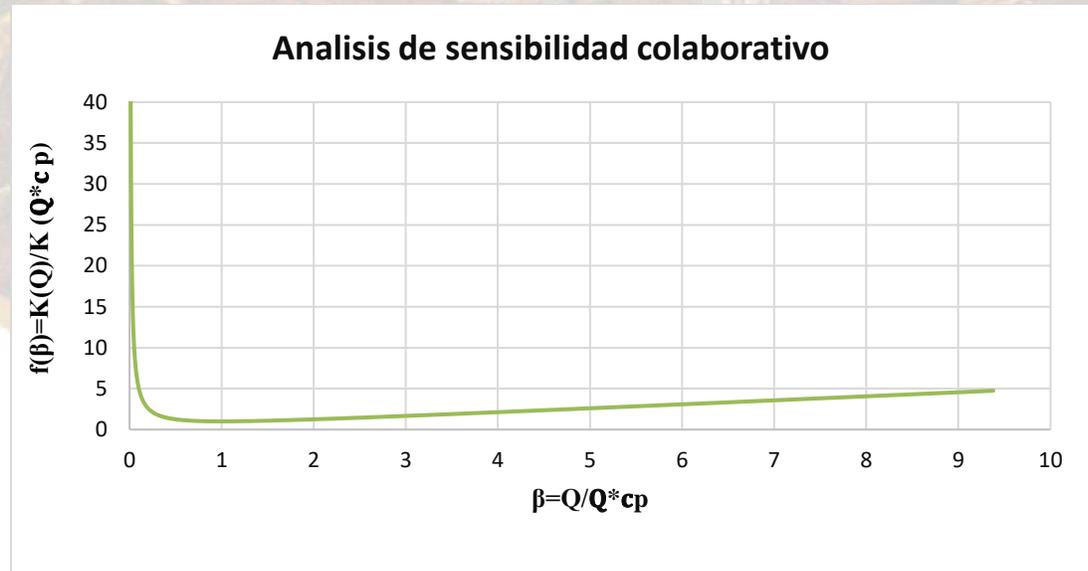
El intervalo de Q se consideró de 1 a 10000 piezas con el objetivo de contemplar cualquier variación que pudiera presentarse en la realidad y por medio del análisis de sensibilidad contemplar cualquier escenario y usarlo como una herramienta para tomar decisiones que permitan mantener eficiente la cadena de suministro.

**Tabla 3**  
*Análisis de sensibilidad modelo de inventarios colaborativo*

<b>Análisis de sensibilidad colaborativo</b>				
<b>Q</b>	<b>Costo conjunto</b>	<b><math>\beta=Q/Q^*_{cp}</math></b>	<b><math>f(\beta)=K(Q)/K(Q^*_{cp})</math></b>	
1	\$ 2,500,002.00	0.000938086	533.049467	
250	\$ 10,550.00	0.234521576	2.249466951	
570	\$ 5,639.00	0.534709193	1.202345416	
890	\$ 4,766.00	0.834896811	1.016204691	
1000	\$ 4,700.00	0.938086304	1.002132196	
<b>1066</b>	<b>\$ 4,690.00</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	
1100	\$ 4,692.00	1.031894934	1.000426439	
2000	\$ 5,650.00	1.876172608	1.204690832	
2537	\$ 6,566.00	2.379924953	1.4	
6000	\$ 13,616.00	5.628517824	2.903198294	
8100	\$ 18,128.00	7.598499062	3.865245203	
10000	\$ 22,250.00	9.380863039	4.744136461	

La Figura 3, representa la gráfica del análisis de sensibilidad del modelo colaborativo, este tipo de análisis es importante que lo conozcan el comprador y proveedor para que puedan tomar decisiones en conjunto.

**Figura 3**  
*Gráfica del análisis de sensibilidad del modelo de inventario colaborativo.*



Como se puede observar, en las gráficas de las Figuras 1, 2 y 3 el modelo del comprador, proveedor y el modelo colaborativo tienen una geometría similar en el dominio de  $\beta$  de 0 a 3.2 aproximadamente.

También se puede realizar un análisis de sensibilidad para medir los cambios que se generan en la cantidad a ordenar ante diferentes valores de demanda. Por ejemplo, para el modelo del comprador al cambiar la demanda en un intervalo de 1 a 10000 piezas, la cantidad óptima a ordenar  $Q^*$  oscila entre 11 y 1118 piezas. De igual forma se pueden variar los costos de mantener y ordenar para conocer su impacto en la cantidad a ordenar.

Cabe mencionar que en el modelo colaborativo mencionado se asemeja al comportamiento real de la cadena de suministro al relacionar al comprador y proveedor, pero al tener la participación de muchos proveedores, tiene la limitante de que el modelo se debe aplicar a cada proveedor ya que no permite incluir más de uno en el modelo matemático.

### Resultados y conclusiones

El análisis de sensibilidad permite identificar los efectos en la variación de la cantidad a ordenar o producir, cambios drásticos generan costos altos que impactan en la rentabilidad de la empresa.

Se puede concluir que, a partir del análisis de sensibilidad realizado a los modelos de inventarios para el comprador, proveedor y en los colaborativos la relación de  $\beta$  menor a 1 representa un costo exponencialmente más elevado, para  $\beta$  mayor a 1 de igual manera eleva los costos, pero no tan drásticamente como cuando es menor a 1. Por lo tanto, podemos concluir que en los tres modelos es preferible tener una  $Q$  mayor al valor óptimo  $Q^*$  en vez de una  $Q$  menor al óptimo.

Es importante resaltar que los modelos matemáticos colaborativos como el analizado en este trabajo demuestran disminuir costos en la cadena de suministro, pero su implementación depende de la participación, comunicación y organización de los involucrados.

### Referencias

Balcázar, D. A., López, C. A., & Adarme, W. (2016). Strategic guidelines for supply chain coordination in healthcare and a mathematical model as a proposed mechanism for the measurement of coordination effects. *Dyna*, 83(197), 203-211.

Durán, Y. (2012). Administración del inventario: elemento clave para la optimización de las utilidades en las empresas. *Visión gerencial*, (1):55-78.

Flores, C. E. B., & Parra, G. B. C. (2007). El MRP En la gestión de inventarios. *Visión gerencial*, (1), 5-17.

Hidayat, Y. A., Anna, I. D., & Khrisnadewi, A. (2011). *The application of vendor managed inventory in the supply chain inventory model with probabilistic demand*. In 2011 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (pp. 252-256). IEEE.

Kolk, A., Van Tulder, R., & Kostwinder, E. (2008). Business and partnerships for development. *European Management Journal*, 26(4), 262-273.

Marquès, G., Thierry, C., Lamothe, J., & Gourc, D. (2010). A review of vendor managed inventory (VMI): from concept to processes. *Production Planning & Control*, 21(6), 547-561.

Mentzer, J. T., DeWitt, W., Keebler, J. S., Min, S., Nix, N. W., Smith, C. D., & Zacharia, Z. G. (2001). Defining supply chain management. *Journal of Business logistics*, 22(2), 1-25.

Mora Arquez, G. M. (2018). *Diseño de un modelo de inventario EPQ, considerando un sistema de producción imperfecto con demanda estocástica y dependiente de los esfuerzos de ventas en esquemas colaborativos.*

Pereira, V. and Costa, H. G. (2015). A literature review on lot size with quantity discounts: 1995-2013. *Journal of Modelling in Management*.

Salas-Navarro, K., Maiguel-Mejía, H., & Acevedo-Chedid, J. (2017). Metodología de Gestión de Inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 25(2), 326-337.

Serna, M. D. A., Cano, D. A., & Álvarez, K. C. (2012). Modelos de sistemas MRP cerrados integrando incertidumbre. *Revista EIA*, 9(18), 61-76.

Silver, E. A., Pyke, D. F., Peterson, R., et al. (1998). *Inventory management and production planning and scheduling*, volume 3. Wiley New York.

Simatupang, T. M., & Sridharan, R. (2007). The architecture of supply chain collaboration. *International Journal of Value Chain Management*, 1(3), 304-323.

Sipper, D. and Bulfin, R. (1999). *Planeación y control de la producción*. Editorial Mc Graw Hill.

Velásquez, E. A. P. (2013). Un modelo para la optimización de políticas de inventario conjuntas en cadenas de suministro. *Inge Cuc*, 9(1), 11-23.

Yuan, Q., & Qiong, Z. (2008). *Incentive Mechanism of Supply Chain Inventory Management Based on Information Sharing*. In 2008 International Seminar on Business and Information Management (Vol. 2, pp. 373-377). IEEE.

Yu, Y., Huang, G. Q., & Liang, L. (2009). Stackelberg game-theoretic model for optimizing advertising, pricing and inventory policies in vendor managed inventory (VMI) production supply chains. *Computers & Industrial Engineering*, 57(1), 368-382.

